ГУАП

Кафедра № 3

Отчет
Защищен с оценкой

Преподаватель
доцент, к.ф.т.н.

Царев Ю.Н.

Отчет о лабораторной работе № 3
Маятник Максвелла
по курсу: Общая физика

Работу выполнил
студент

Санкт-Петербург
2018 г.

Протокол измерений.
Лабораторная работа №3.
„ Маятник Максвелла "

Студент группа
Преподаватель Царев Ю. Н.

Технические характеристики приборов

Название прибора	Цена деления	Предел измерения	Класс точности	Система т. погрешн.
Линейка	0,1 см	44 см	—	0,05
Секундомер	0,001 с.	99,999 с.	—	0,001

Параметры установки:
Высота падения маятника $h_0 = 22$ см
Радиус оси $r = 5$ мм

Радиус нити $r_н = 0,6$ мм
Радиус диска $R_0 = 42,5$
Внутренний радиус кольца $R_1 = 10$ мм
Внешний радиус кольца $R_2 = 52,5$ мм
Масса диска $m_0 = 132$ г.
Масса первого кольца $m_{к2} = 390$ г.
Масса второго кольца $m_{к1} = 254$ г.
Погрешность измерения высоты $\Theta_h = 2$ мм
Погрешность измерения времени $\Theta_t = 0,001$ с.

Результаты измерений

N. измерения	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t, с. (кольцо S_1)	1,395	1,355	1,488	1,358	1,359	1,402	1,353	1,351	1,333	1,346
t, с. (кольцо S_2)	1,411	1,420	1,410	1,535	1,418	1,425	1,428	1,426	1,417	1,532

① Цель работы:

3

– Определение момента инерции маятника Максвелла.

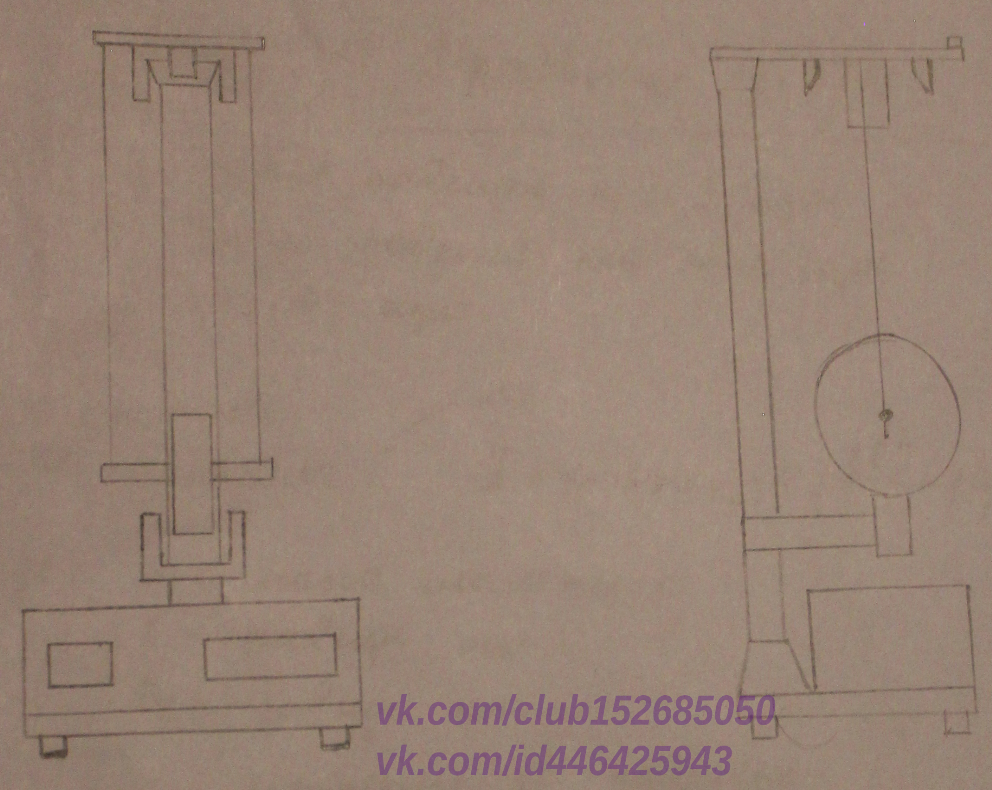
② Описание лабораторной установки.

радиус оси: $r = 5$ мм

радиус нити: $r_н = 0,6$ мм

радиус диска: $R_0 = 42,5$ мм

внешний радиус кольца: $R_2 = 52,5$ мм



Кнопка „Сеть" включает питание установки, кнопка „Сбр... обнуляет показания секундомера. При нажатии на кнопку „Пуск" отключается электромагнит, и маятник приходит в движение. Массу и момент инерции маятника можно менять при помощи сменных колец, надеваемых на диск. Длина нити должна быть такой, чтобы нижняя кромка маятника была на 1-2 мм ниже оптической оси нижнего фотодатчика. Ось маятника должна быть горизонтальна. Длина нити (высота падения) определяется по шкале, нанесенной на вертикальной стойке.

6

Параметры установки: 4.

Название прибора	ЦД	Предел изм.	Класс точн.	Системат. погр.
Линейка, см	0,1	44	—	0,05
Секундомер, с.	0,001	99,999	—	0,001

③ Рабочие формулы:

Среднее значение времени падения:

$$t_{ср} = (t_1 + t_2 + \ldots + t_n)/N, \quad (1)$$

где: t_1 – время падение при I изм.
t_n – время падения при посл. изм.
N – кол-во изм.

Момент инерции маятника Максвелла:

$$I = m\,(r + r_н)^2\left(\frac{gt^2}{2h_0} - 1\right), \quad (2)$$

где: m – масса маятника
r – радиус оси
$r_н$ – радиус нити
g – ускорение св. падения
t – время падения маятника
h_0 – высота падения маятника

Среднее взвешенное значение момента инерции:

$$I_{ср.вз} = \frac{I_1 + I_2 + \ldots + I_N}{N}, \quad (3)$$

где: I_1 – первое значение момента инерции
I_N – последнее значение момента инерции

Момент инерции диска:

$$I_Д = \frac{m_Д R_Д^2}{2} \quad (4)$$

где: $m_Д$ – масса диска
$R_Д$ – радиус диска

Момент инерции кольца:

$$I_к = \frac{m_к}{2}\left(R_{к_1}^2 + R_{к_2}^2\right) \quad (5)$$

где: $m_к$ – масса кольца
$R_{к_1}$ – внут. R кольца
$R_{к_2}$ – внеш. R кольца

4. Результаты измерений и вычислений:

Таблица 4.1. Диск с кольцом 1.

№ изм.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t, c	1,395	1,355	1,488	1,358	1,359	1,402	1,353	1,351	1,333	1,346
$t_{ср}$, c	1,374 с.									
I, кг·м²	$51,62 \cdot 10^{-5}$ ✓									
I_0, кг·м²	$11,92 \cdot 10^{-5}$									
$I_к$, кг·м²	$60,23 \cdot 10^{-5}$									
$I_т$, кг·м²	$75,51 \cdot 10^{-5}$ ✓									

$M_{сист.} = m_0 + m_к = 0,4$ кг

Таблица 4,2 Диск с кольцом 2.

№ изм	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t, c	1,411	1,420	1,410	1,535	1,418	1,425	1,428	1,426	1,417	1,532
$t_{ср}$, c	1,442									
I, кг·м²	$74,03 \cdot 10^{-5}$ ✓									
I_0, кг·м²	$11,92 \cdot 10^{-5}$									
$I_к$, кг·м²	$88,42 \cdot 10^{-5}$									
$I_т$, кг·м²	$105,29 \cdot 10^{-5}$ ✓									

$M_{сист} = m_0 + m_к = 0,52$ кг

5. Примеры вычислений: По формуле (1):

$$t_{ср} = \frac{1,395 + 1,355 + \ldots + 1,346}{10} = 1,374 \text{ с.}$$

По формуле (2):

$$I = 0,4\,(0,005 + 0,0006)^2 \left(\frac{9,8 \cdot 1,374^2}{2 \cdot 0,22} - 1\right) = \left(51,62 \cdot 10^{-5}\right) кг\cdot м^2$$

По формуле (4):

$$I_0 = \frac{m_0 R_0^2}{2} = \frac{132 \cdot 10^{-3} (42{,}5 \cdot 10^{-3})^2}{2} = 11{,}921 \cdot 10^{-5} \ (кг \cdot м^2)$$

По формуле (5):

$$I_к = 390 \cdot 10^{-3} (42{,}5 \cdot 10^{-3})^2 + (52{,}5 \cdot 10^{-3})^2 = 88{,}42 \cdot 10^{-5} \ (кг \cdot м^2)$$

По формуле (6):

$$I_т = \frac{132 \cdot 10^{-3} \cdot (42{,}5 \cdot 10^{-3})^2 + 390 \cdot 10^{-3} \left((42{,}5 \cdot 10^{-3})^2 + (52{,}2 \cdot 10^{-3}) \cdot 10^{-2}\right)^2}{2} =$$

$$= 105{,}29 \cdot 10^{-5} \ (кг \cdot м^2)$$

⑥. Вычисление погрешности:

$$I = mr^2 \left(\frac{gt^2}{2h_0} - 1\right) = \frac{mr^2 gt^2}{2h_0} - mr^2 = -mr^2 + \frac{mr^2 g}{2} \cdot t^2 \cdot h_0^{-1}$$

$$\Rightarrow \quad \theta_I = I \left(\frac{2\theta_t}{t} + \frac{\theta_h}{h_0}\right) \quad ?$$

$$\theta_{I_1} = 51{,}62 \cdot 10^{-5} \left(\frac{2 \cdot 0{,}001}{1{,}374} + \frac{0{,}002}{0{,}22}\right) = 0{,}48 \cdot 10^{-5} (кг \cdot м^2)$$

$$\theta_{I_2} = 74{,}03 \cdot 10^{-5} \left(\frac{2 \cdot 0{,}001}{1{,}442} + \frac{0{,}002}{0{,}22}\right) = 0{,}77 \cdot 10^{-5} (кг \cdot м^2).$$

Выводы:

- Момент инерции для I кольца: $I_1 = (51{,}62 \pm 0{,}48) \cdot 10^{-5}$ кг·м² | $(51{,}6 \pm 0{,}5$
- Момент инерции для II кольца: $I_2 = (74{,}03 \pm 0{,}77) \cdot 10^{-5}$ кг·м² | $(74{,}0 \pm 0{,}8$
- Экспериментальное значение момента инерции немного расходится с теоретическим, как для I, так и для II кольца. Скорее всего, это вызвано неточностью приборов.

$(51{,}62 \cdot 10^{-5}$ (кг·м²) и $75{,}51 \cdot 10^{-5}$ (кг·м²) для I_1, и $74{,}03 \cdot 10^{-5}$ (кг·м²) и $105{,}29 \cdot 10$ для

Лабораторная работа № 3

МАЯТНИК МАКСВЕЛЛА

Цель работы: определение момента инерции маятника Максвелла.

Теоретические сведения

Маятник Максвелла (рис. 3.1) представляет собой диск, жестко насаженный на стержень и подвешенный на двух параллельных нерастяжимых нитях. Намотав нити на стержень, можно сообщить маятнику потенциальную энергию относительно его нижнего положения. Если маятник отпустить из верхнего положения, то, вращаясь, он начнет падать. Учитывая, что на маятник действуют только консервативные силы (сила тяжести и сила натяжения нитей), закон сохранения его механической энергии можно записать в виде:

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + mgh = mgh_0, \tag{3.1}$$

где h_0 – начальная высота маятника, определяющая его полную энергию; h – текущая высота; m – масса маятника; I – момент инерции маятника относительно его оси; ω – угловая скорость вращения относительно этой оси; υ – скорость центра масс; g – ускорение свободного падения. Начало отсчета поместим в нижней точке.

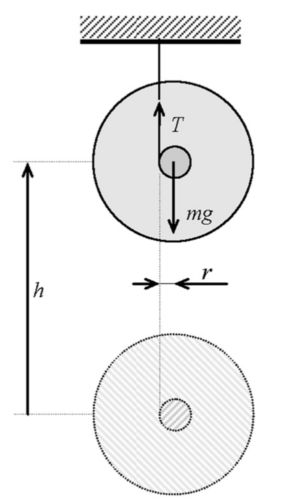


Рис. 3.1. Маятник Максвелла

Радиус-вектор $\vec{h}$, проведенный из этой точки в центр масс маятника, будет направлен вертикально вверх. Поскольку ускорение свободного падения направлено вертикально вниз, произведение скалярных величин можно заменить скалярным произведением векторов

$$mgh = -m\vec{g}\cdot\vec{h}.$$

Известно также, что $\omega^2 = (\upsilon/r)^2$, где r – радиус стержня, и что $\upsilon^2 = \vec{\upsilon}\cdot\vec{\upsilon}$. С учетом сделанных замечаний (3.1) переписывается в виде

$$\frac{1}{2}m\vec{\upsilon}\cdot\vec{\upsilon} + \frac{I}{2r^2}\vec{\upsilon}\cdot\vec{\upsilon} - m\vec{g}\cdot\vec{h} = m\vec{g}\cdot\vec{h}_0. \tag{3.2}$$

Дифференцируем получившееся уравнение по времени и получаем

$$m\vec{\upsilon}\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} + \frac{I}{r^2}\vec{\upsilon}\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} - m\vec{g}\frac{d\vec{h}}{dt} = 0. \tag{3.3}$$

Учитывая, что $\dfrac{d\vec{h}}{dt} = \vec{\upsilon}$, $\dfrac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \vec{a}$, где $\vec{a}$ – ускорение центра масс, перепишем уравнение (3.3) в виде

$$mr^2\vec{\upsilon}\cdot\vec{a} + I\vec{\upsilon}\cdot\vec{a} = mr^2\vec{\upsilon}\cdot\vec{g}. \tag{3.4}$$

Все векторы в (3.4) направлены одинаково, поэтому перейдем от скалярных произведений к произведениям длин векторов. Делим все члены уравнения на модуль скорости и получаем $mr^2a + Ia = mr^2g$, или

$$I = mr^2(g/a - 1). \tag{3.5}$$

Поскольку величины I, m и r для маятника Максвелла постоянны, ускорение маятника будет тоже постоянным. Найти его можно, измерив время падения t с высоты h_0

$$a = \frac{2h_0}{t^2}. \tag{3.6}$$

Подставив (3.6) в (3.5), получим выражение для вычисления момента инерции маятника Максвелла

$$I = mr^2\left(\frac{gt^2}{2h_0} - 1\right). \tag{3.7}$$

В этой формуле не учтена толщина нити, которая наматывается на ось маятника. В реальных условиях ее нужно обязательно учитывать. На рис. 3.2 показано, что сила натяжения T приложена

не краю шкива, а к середине нити. Поэтому, радиус шкива r следует заменить суммой $r + r_н$, где $r_н$ – радиус нити.

$$I = m\left(r + r_{Н}\right)^2 \left(\frac{gt^2}{2h_0} - 1\right). \qquad (3.8)$$

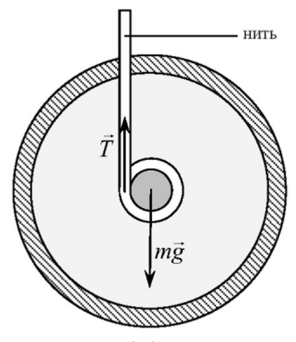


Рис. 3.2. Точки приложения сил

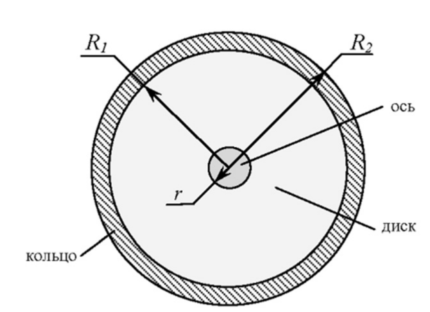


Рис. 3.3. Размеры элементов маятника

Маятник Максвелла (рис. 3.3) состоит из трех элементов: оси вращения, диска и кольца. Поэтому его момент инерции складывается из моментов инерции этих трех элементов:

$$I = I_0 + I_D + I_K. \qquad (3.9)$$

Момент инерции оси ввиду его малости учитывать не будем. Моменты инерции диска и кольца можно найти по формулам:

$$I_D = \frac{m_D R_D^2}{2}; \quad I_K = \frac{m_K}{2}\left(R_{K1}^2 + R_{K2}^2\right). \qquad (3.10)$$

Принимая во внимание, что $R_{K1} = R_D = R_1$, а $R_{K2} = R_2$, получаем теоретическое выражение для момента инерции маятника Максвелла

$$I = \frac{1}{2}\left(m_D R_1^2 + m_K\left(R_1^2 + R_2^2\right)\right). \qquad (3.11)$$

Лабораторная установка

Внешний вид лабораторной установки показан на рис. 3.4. На вертикальной стойке крепятся два кронштейна. Верхний неподвижный кронштейн снабжен воротком 1 для крепления и регулировки бифилярного подвеса, электромагнитом 2 для фиксировании маятника в верхнем положении и фотодатчиком 3, включающий секундомер. На подвижном кронштейне закреплен фотодатчик 4, выключающий секундомер. Шкала секундомера 5 вынесена на лицевую панель прибора.

Кнопка "Сеть" включает питание установки, кнопка "Сброс" обнуляет показания секундомера. При нажатии на кнопку "Пуск" отключается электромагнит, и маятник приходит в движение.

Массу и момент инерции маятника можно менять при помощи сменных колец, надеваемых на диск. Длина нити должна быть такой, чтобы нижняя кромка маятника была на 1–2 мм ниже оптической оси нижнего фотодатчика. Ось маятника должна быть горизонтальной. Длина нити (высота падения) определяется по шкале, нанесенной на вертикальной стойке.

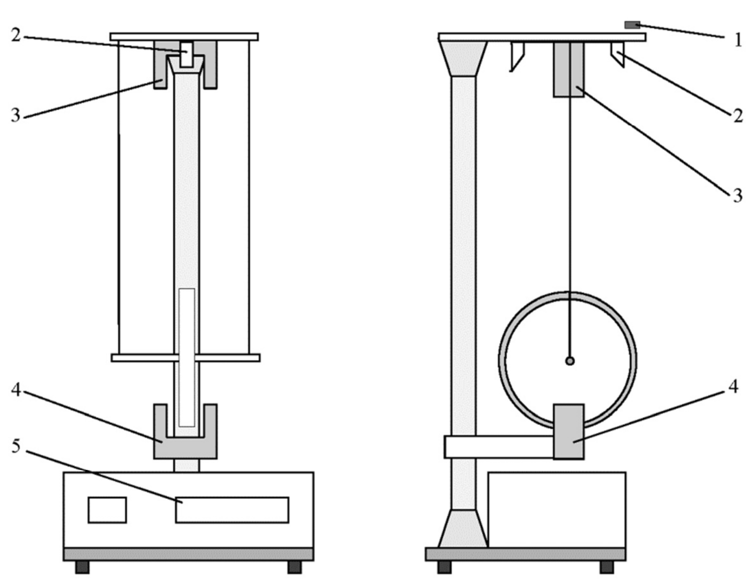


Рис. 3.4. Внешний вид лабораторной установки

Параметры установки:
радиус оси – 5 мм,
радиус нити – 0,6 мм,
радиус диска – $R_1 = 42{,}5$ мм,
внешний радиус кольца – $R_2 = 52{,}5$ мм.

Значения остальных параметров указаны на элементах маятника.

Задания и порядок их выполнения

Задание 1. Экспериментальное определение момента инерции маятника Максвелла (стандартный опыт).

Провести измерение времени падения маятника не менее 10 раз. Вычислить среднее время падения, а по нему при помощи формулы (3.8) момент инерции. Провести стандартную обработку результатов измерений. Погрешность измерения высоты принять равной $\theta_h = 2$ мм, погрешность измерения времени $\theta_t = 0{,}001$ с.

Внимание! При проведении опыта нужно следить за тем, чтобы нить наматывалась на ось аккуратно в один слой. Опыты, в которых это условие не соблюдается, в дальнейшем не учитывать.

Описанная выше процедура является стандартным опытом в данной работе. Ее нужно провести для маятника с каждым из сменных колец.

Задание 2. Исследование зависимости момента инерции маятника Максвелла от высоты, с которой происходит его падение.

Для указанного преподавателем кольца провести стандартный опыт для трех разных высот h. Экспериментально убедиться в том, что момент инерции маятника не зависит от начальной высоты, и в отчете объяснить, почему. Получить среднее значение момента инерции маятника по результатам трех серий, проведенных при разных высотах.

При проведении математической обработки результатов измерений в первом и втором заданиях нужно исходить из того, что момент инерции является неслучайной величиной.

Задание 3. Теоретический расчет момента инерции маятника Максвелла.

По формулам (3.10), (3.11) вычислить моменты инерции диска, колец и маятника в целом во всех случаях. Сравнить расчетные значения с измеренными и объяснить расхождения, если они возникнут.

Контрольные вопросы

1. Что называется моментом инерции абсолютно твердого тела?
2. Чему равны моменты инерции диска и кольца?
3. Чему равна кинетическая энергия абсолютно твердого тела?
4. Запишите закон сохранения энергии для маятника Максвелла.
5. Является ли падение маятника равноускоренным?
6. Почему, опустившись до нижней точки, маятник снова начинает подниматься наверх?
7. Какая энергия маятника больше – кинетическая поступательного движения или кинетическая вращения? (При ответе на этот вопрос воспользоваться полученным значением момента инерции маятника и известным значением радиуса оси маятника.)
8. Как зависит время падения маятника Максвелла от его массы?
9. Как изменится время падения, если маятник выполнить из менее плотного, чем сталь материала (например, алюминия)?